Corrigé

1. $u_0 = 5 + \dfrac{3}{2 \times 0 + 1} = 8$

   $u_1 = 5 + \dfrac{3}{2 \times 1 + 1} = 6$

   $u_2 = 5 + \dfrac{3}{2 \times 2 + 1} = \dfrac{28}{5}$

   $u_3 = 5 + \dfrac{3}{2 \times 3 + 1} = \dfrac{38}{7}$

   $u_4 = 5 + \dfrac{3}{2 \times 4 + 1} = \dfrac{48}{9} = \dfrac{16}{3}$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 5 + \dfrac{3}{2(n+1)+1} = 5 + \dfrac{3}{2n+3}$ et

   $u_{n+1} - u_n = 5 + \dfrac{3}{2n+3} - \left(5 + \dfrac{3}{2n+1}\right) = \dfrac{3}{2n+3} - \dfrac{3}{2n+1}$

   $u_{n+1} - u_n = \dfrac{3(2n+1) - 3(2n+3)}{(2n+1)(2n+3)} = \dfrac{6n+3-6n-9}{(2n+1)(2n+3)}$

   $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-6}{(2n+1)(2n+3)} < 0$ car $n \geq 0$ donc $2n+1 \geq 1 > 0$ et $2n+3 \geq 3 > 0$.

   La suite est donc décroissante.

3. On résout $\left|\dfrac{3}{2n_0+1}\right| \leq 0,001$

   Or $\dfrac{3}{2n_0+1} > 0$ donc $\left|\dfrac{3}{2n_0+1}\right| = \dfrac{3}{2n_0+1}$.

   On résout donc $\dfrac{3}{2n_0+1} \leq 0,001$

   $\iff 3 \leq 0,001(2n_0+1) \iff 3 \leq 0,002n_0 + 0,001 \iff 2,999 \leq 0,002n_0 \iff 0,002n_0 \geq 2,999$

   $\iff n_0 \geq \dfrac{2,999}{0,002} \iff n_0 \geq 1\ 499,5$

   On prend $n_0 = 1\ 500$.

4. On peut conjecturer que la limite de la suite sera 5 car $\dfrac{3}{2n+1}$ va devenir de plus en plus proche de 0.
5. Sur Python
   a.

```python
def rang(eps):
  n = 0
  U = 8
  while abs(U - 5) > eps:
    n = n + 1
    U = 5 + 3/(2*n + 1)
  return(n)

print(rang(0.001))
```

b. Pour $\epsilon = 0,001$, $n_0 = 1\ 500$
Pour $\epsilon = 10^{-5}$, $n_0 = 150\ 000$
Pour $\epsilon = 10^{-6}$, $n_0 = 1\ 500\ 000$